

## PRÁCTICA DE TEORÍA DE COLAS.

El programa que se utiliza en esta práctica es Qa.exe del paquete WinQSB.

1.- En un sistema de consultas on-line que atiende una determinada región geográfica, llegan en promedio 15 consultas por hora, siguiendo este número de llegadas un proceso de Poisson. El tiempo que tarda el ordenador en responder a una consulta, fluctúa aleatoriamente siguiendo una distribución exponencial de media 3 minutos.

*Pinchando en la ventana de cuadros de la izquierda nos pregunta el tipo de modelo que se va a estudiar.* Una vez introducidos los datos pincha en *Solve and analyze*, y elige *solve the performance* para ver los resultados.

- a) ¿Qué porcentaje de tiempo estará el ordenador sin utilizar?
- b) ¿Cuánto deberán esperar, en promedio, las consultas antes de ser atendidas?
- c) ¿Cuál será, en promedio, el número de consultas que estarán en la cola esperando a ser atendidas?
- d) Con el fin de reducir los tiempos de estancia en el sistema, se decide comprar un segundo ordenador. Se plantean dos formas de utilizar el nuevo equipo:
  - i) situarlo en la oficina central junto al anterior, de forma que si llega una consulta y un equipo está ocupado, se dirige inmediatamente al otro, esperando en cola sólo si los dos están ocupados.
  - ii) Situar el ordenador en una delegación y dividir la población de clientes en dos grupos de igual tamaño de forma que cada uno sea atendido independientemente por uno de los dos ordenadores. ¿Cuál de las dos alternativas conduce a tiempos medios de espera menores?
- e) Si las capacidades de las colas son de 5 consultas, calcula la probabilidad de que se pierda un cliente para los dos diseños del sistema. *Pinchando en results y probability summary, se pueden obtener las probabilidades.*

2.- Una compañía aérea está planificando un sistema de reservas por teléfono. Las consultas que lleguen serán atendidas por varios agentes cada uno de los cuales dispondrá de una terminal, debiendo esperar si todos los agentes están ocupados. La duración media de cada consulta es de 5 minutos, distribuyéndose dicha duración exponencialmente. Se espera recibir un promedio de 36 llamadas por hora, asumiéndose que las llegadas de estas llamadas siguen un proceso de Poisson (tiempo entre llegadas exponencial).

Los objetivos de diseño que se pretenden conseguir son los siguientes:

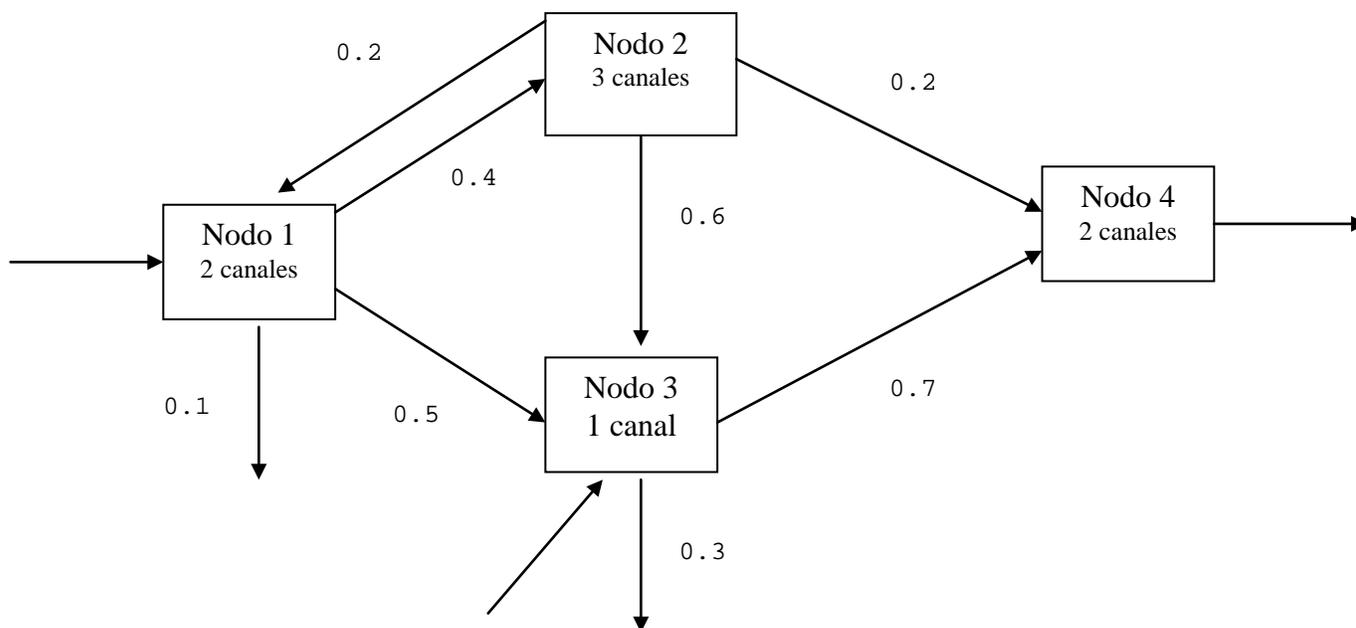
- 1.- El tiempo medio de espera hasta que es atendido debe de ser inferior a 0.6 minutos.
- 2.- El porcentaje de personas que al llamar tienen que esperar debe de ser menor del 20%.
  - a) ¿Cuántos terminales deben de instalarse como mínimo para satisfacer los requisitos anteriores? Puedes utilizar *sensitivity análisis* para comprobar los objetivos eligiendo como parámetro para el análisis el nº de servidores.
  - b) Suponiendo que, como máximo, puede haber dos llamadas en espera, calcula la probabilidad de que al llamar un cliente esté comunicando.

3.- En una planta embotelladora de un tipo de bebida, las botellas pasan primero por una máquina que las lava, a continuación por otra que las llena, y finalmente por otra que les

pone el tapón. Delante de la máquina de lavado hay espacio suficiente para las botellas, pero en la cola de la máquina de llenado sólo hay espacio para 25 botellas (se retiran las botellas que lleguen estando llena la cola). La primera máquina puede lavar 40 botellas por minuto, la segunda puede llenar 20 por minuto, y la tercera puede poner 30 tapones por minuto. Si la tasa de llegada de botellas a la planta es de 16 botellas por minuto y todas las distribuciones son exponenciales, calcula:

- Número medio de botellas en el sistema de lavado. ¿Cuanto tiempo tarda, en media, una botella en el proceso de lavado?
- Tasa media de salidas de dicho sistema.
- Número medio de botellas en el sistema de llenado.
- Probabilidad de que se tenga que retirar una botella sin llenarla.
- Tiempo medio que pasa una botella hasta que sale del sistema de llenado.
- Tasa media de salidas del sistema de llenado,
- ¿Se puede calcular de **forma exacta** la probabilidad de que el sistema de taponado tenga 0, 1, 2, ... botellas? ¿Por qué?

4.- Supongamos que en una red de comunicaciones los mensajes que circulan por la red pueden elegir distintas alternativas de llegada a su destino a través de una serie de nodos intermedios. Supongamos que un trozo de esta red puede esquematizarse como sigue:



Los mensajes llegan al nodo 1 según un proceso de Poisson (tiempo entre llegadas exponencial), llegando un mensaje cada tres minutos, en media. También se pueden producir llegadas desde el exterior al nodo 3 siendo el tiempo entre llegadas, en horas, exponencial de parámetro 8.

En cada nodo hay un número determinado de canales de transmisión que transmiten según un tiempo que sigue una distribución exponencial. Los canales del nodo 1 transmiten 14 mensajes a la hora; en el nodo 2 el tiempo medio de transmisión es de 12 minutos por mensaje siendo de 2 minutos en el nodo 3. El nodo 4 transmite 10 mensajes por hora. Suponemos, además, que el único nodo que tiene limitación de capacidad es el cuarto, siendo 10 mensajes la capacidad de la cola. Cuando un mensaje que llega al nodo 4 se lo encuentra lleno, abandona la red.

Las probabilidades de transición entre los nodos pueden verse en la figura.

En esta red de comunicaciones, calcular:

- a) Tasa global de llegadas a cada uno de los nodos. Para ello hay que plantear un sistema de ecuaciones y resolverlo (el sistema puede resolverse con Derive o Maxima). Comprobar que la solución es:  $\lambda_1 = 21.7391$ ;  $\lambda_2 = 8.6956$ ;  $\lambda_3 = 24.0870$ ;  $\lambda_4 = 18.6000$ .
- b) Recordando que en este tipo de redes cada nodo se comporta como si fuese independiente de los demás, calcular para cada nodo: la probabilidad de que haya un cliente en el nodo, el número medio de clientes en el nodo y el tiempo medio de estancia de un cliente en ese nodo.

	$p_1$	L	W
Nodo 1			
Nodo 2			
Nodo 3			
Nodo 4			

- c) Calcular la probabilidad de que en la red haya un mensaje en cada nodo.
- d) Calcular el número medio de mensajes en la red.
- e) Calcular el tiempo medio que un mensaje que entra por el nodo 3 pasa en la red. ¿Cuál sería el tiempo medio que pasa un mensaje en la red si el cuarto nodo hubiera tenido también capacidad infinita de la cola?
- f) Calcular la probabilidad de que se pierda un mensaje en esta red de comunicaciones.